Vorlesung Verhaltensökonomik
WS 2009/10

Astrid Matthey & Tobias Regner

matthey@econ.mpg.de / regner@econ.mpg.de

Wahrscheinlichkeit und Entscheidungsgewichte

Allgemeine Beobachtung

Der Umgang der Menschen mit Wahrscheinlichkeiten unterscheidet sich von ihrem Umgang mit Ergebnissen:

1. Menschen überschätzen z.B. die Wahrscheinlichkeit, an relativ seltenen Ursachen zu sterben, z.B. an Blitzschlag. Sie unterschätzen die Wahrscheinlichkeit, an relativ häufigen Ursachen zu sterben, z.B, an Herzkrankheiten (Pidgeon et al, '92).
2. Wettverhalten: Menschen neigen dazu, die Wahrscheinlichkeit zu überschätzen, mit einem "long shot" zu gewinnen oder mit einem Favoriten zu verlieren (Thaler and Ziemba, 1988; Jullien and Salanie, 1997).

Die meisten Menschen bewerten Wahrscheinlichkeiten nicht so, wie ein Baysianisches Individuum dies tun würde.
Das Unabhängigkeitsaxiom der Erwartungsnutzentheorie ist in vielen Fällen verletzt.

Einschub: Conjunction Fallacy (Tversky und Kahneman, 1983)

Insgesamt scheint uns die Evolution nicht besonders gut auf den Umgang mit Wahrscheinlichkeiten vorbereitet zu haben.

Linda ist 31, ledig, sehr intelligent und nimmt kein Blatt vor den Mund. Sie hat Philosophy studiert. Als Student hat sie sich viele Gedanken zu Diskriminierung und sozialer Gerechtigkeit gemacht und an Anti-Kernkraft-Demonstrationen teilgenommen.

Was ist wahrscheinlicher?

1. Linda ist Kassiererin.
2. Linda ist Kassiererin und in der Frauenbewegung aktiv.

In Experimenten wählen rund 85% der Befragten Option 2.

Die Wahrscheinlichkeit, daß zwei Ereignisse gleichzeitig eintreten, kann jedoch niemals größer sein als die Wahrscheinlichkeit, daß nur eines der beiden eintritt. $\Rightarrow$ Conjunction Fallacy

Alternative Theorien

Zurück zu dem Problem der Untergewichtung von großen und Übergewichtung von kleinen Wahrscheinlichkeiten ..

Erwartungsnutzentheorie: $U(\mathbf{q}) = \sum_i p_i u(x_i)$ $\mathbf{q}$ .. Konsumgüterbündel (ZV)

Nutzen mit einfachen Entscheidungsgewichten (Edward '55, '62; Starmer '00)

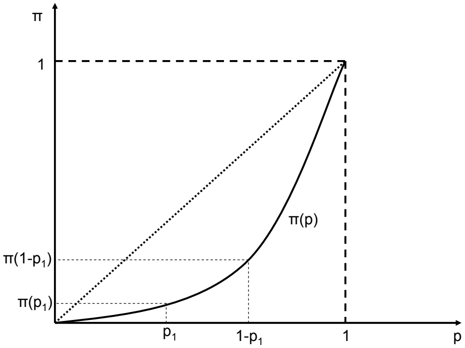
$$V(\mathbf{q}) = \sum_i \pi(p_i) u(x_i)$$

wobei $\pi(p_i)$ die Wahrscheinlichkeitsgewichtungsfunktion ist, die die objektiven Wahrscheinlichkeiten in (subjektive) Entscheidungsgewichte transformiert.

In den meisten Theorien wird angenommen, daß $\pi(p_i)$ monoton steigend in p ist, mit $\pi(1) = 1$ und $\pi(0) = 0$.

Problem: $V(\mathbf{q})$ ist im allgemeinen Fall nicht monoton.

Nicht-Monotonität einfacher Entscheidungsgewichte



$\pi(p_i)$ sei konvex.
(Analog für $\pi(p_i)$ konkav.)

Dann gilt für $0 < p < 1$,
$\pi(p) + \pi(1-p) < 1$.

$\Rightarrow \exists \epsilon > 0$, so daß
$(x, p; x+\epsilon, 1-p) \prec (x, 1)$.

$\Rightarrow$ Monotonität ist nur garantiert wenn $\pi(p_i) = p_i$

$\Rightarrow$ Zurück zu EUT.

Rangabhängiger Erwartungsnutzen (Quiggin, '82, Machina '94, Gonzalez und Wu '99)

Mögliche Ergebnisse werden in Rangfolge gebracht, mit x_1 als schlechtestem Ergebnis und x_n als bestem.

Entscheidungsgewichte w_i sind dann gegeben als

$$\begin{aligned} w_i &= \pi(p_i + \ldots + p_n) - \pi(p_{i+1} + \ldots + p_n) \quad \text{und} \\ w_i &= \pi(p_i) \quad \text{für} \quad i = n \quad . \end{aligned}$$

$\pi(p_i + \ldots + p_n)$ ist das subjektive Entscheidungsgewicht, das der Wahrscheinlichkeit zugeordnet ist, ein Ergebnis mindestens so gut wie x_i zu erhalten.

$\Rightarrow$ Die Gewichtung hängt also nicht nur von der objektiven Wahrscheinlichkeit ab, sondern auch vom Rang des Ergebnisses relativ zu anderen möglichen Ergebnissen.

$\Rightarrow$ Im Gegensatz zu der einfachen Gewichtungsfunktion ist π hier eine Transformation *kumulativer* Wahrscheinlichkeiten.

Rangabhängiger Erwartungsnutzen II

Interpretation von $\pi(\cdot)$:
Die Krümmung der Gewichtungsfunktion steht für "Pessimismus" und "Optimismus" bei der Bewertung von Wahrscheinlichkeiten.

Beispiel:
Konsumgüterbündel $\mathbf{q} = (x_1; 0,5; x_2)$

$$\Rightarrow w_1 = 1 - \pi(0.5) \quad \text{und} \quad w_2 = \pi(0.5), \quad \text{mit } x_1 \prec x_2.$$

Ist $\pi(\cdot)$ konvex, gilt $\pi(0.5) < 0.5$, also $w_1 > w_2$. $\Rightarrow$ Pessimismus.

Ist $\pi(\cdot)$ konkav, gilt $\pi(0.5) > 0.5$, also $w_1 < w_2$. $\Rightarrow$ Optimismus.

Rangabhängiger Erwartungsnutzen III

Einschätzung des Konzeptes

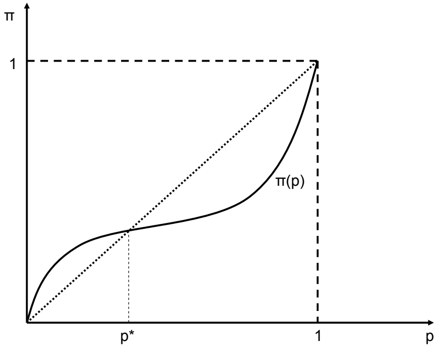
Pro:

- Monotonität von $V(\mathbf{q}) = \sum_i w_i u(x_i)$ ist gegeben.
- Verschiedenen Ergbnissen (z.B. extremen vs. "unwichtigen") können unterschiedliche Entscheidungsgewichte zugeordnet werden, auch bei gleichen objektiven Wahrscheinlichkeiten.

Contra:

- Kleine Änderungen in der Bewertung eines Ergebnisses können große Änderungen des Entscheidungsgewichtes zur Folge haben, wenn sie den Rang des Ergebnisses ändern.

Funktionale Form von $\pi(p_i)$



Experimentelle Studien legen eine invertierte s-Form von $\pi(p_i)$ nahe (z.B., Preston und Baratta, 1948; Prelec, 1998).

Die Axiomatisierung von Entscheidungsgewichten erfordert eine abgeschwächte Form der Unabhängigkeitsannahme:

Co-monotonic independence:
Präferenzen zwischen Lotterien werden durch die Substituierung gemeinsamer Ergebnisse nicht verändert, solange die Rangfolge in beiden Lotterien erhalten bleibt. (Wakker, Erev, Weber, '94)

Zusammenfassung

Der Umgang der meisten Menschen mit Wahrscheinlichkeiten entspricht nicht der Bayesianischen Regel.

Häufig werden kleine Wahrscheinlichkeiten übergewichtet und große Wahrscheinlichkeiten untergewichtet.

Sicherheit ist qualitativ verschieden von sehr großen bzw. sehr kleinen Wahrscheinlichkeiten (certainty effect).

Modelle mit rangabhängigen Entscheidungsgewichten können einen großen Teil der Evidenz für Verletzungen des Unabhängigkeitsaxioms erklären, ohne die Annahme einer vollständigen und transitiven Präferenzordnung aufzugeben.